

# 最不利情况下中小水库联合供水的调度研究

胡尊乐, 汪 姗, 闫 浩, 李 丹

(江苏省水文水资源勘测局常州分局, 江苏 常州 213022)

**摘要:** 通过设计二维动态规划模型并利用 Matlab 程序, 解决了最不利情况下 2 座中小水库的联合优化调度问题, 实现了优质水资源的最大化利用, 满足了区域联合供水的需要。在求解过程中, 基于调节库容系数法, 确定了水库优先供水顺序, 有效地减轻了计算工作量。本文所提供的思路与方法为求解类似的水库联合供水提供了技术支撑。

**关键词:** 中小水库; 联合供水; 二维动态规划; Matlab

**中图分类号:** TV697      **文献标识码:** B      **文章编号:** 1007-7839 (2016) 12-0018-04

## Study on the operation of joint water supply of small and medium sized reservoirs under the most unfavorable condition

HU Zunle, WANG Shan, YAN Hao, LI Dan

(Changzhou Hydrology and Water Resources Investigation Bureau of Jiangsu Province, Changzhou 213022, Jiangsu)

**Abstract:** In this paper, a two dimensional dynamic programming model is designed, and the Matlab program is used to solve the joint optimization problem of two small and medium sized reservoirs in the most unfavorable situation. The maximum utilization of water resources is achieved. The needs of regional joint water supply are met. In the solving process, based on regulating storage coefficient method, the reservoir priority water order is determined. The computational work is effectively reduced. The technical support for solving the similar reservoir water supply is provided in this paper.

**Key words:** medium and small reservoirs; combined water supply; two dimensional dynamic programming; Matlab language

近年来, 随着经济社会的快速发展, 中小水库的清洁水源越来越受到重视, 尤其是有些地方实施区域联合供水后, 为了解决山丘区居民的安全供水问题, 并基于供水的最大化、投资的最小化原则, 一般就近选择中小水库为饮用水源地。但在供水实践中, 由于单一的中小水库调蓄能力有限, 在干旱年份或干旱季节, 容易出现供水短缺矛盾, 给居民的生活带来不必要的影响。于是, 一些地方逐步实施中小水库的联合供水方式, 以实现水库水资源经济效益、环境效益以及社会效益的最大化, 满足经济社会发展的需要。

本文基于二维动态规划方法的 Matlab 程序, 以 2 座中小水库(茅东水库和新浮水库)为研究对象, 以增加供应居民生活饮用水为水库联合优化调度目标, 研究最不利情况下(特殊干旱年,  $P=95\%$ )的中小水库联合优化调度问题, 为加快实施区域安全供水提供技术支撑。

## 1 技术方法

### 1.1 二维动态规划的基本模型

二维动态规划是一种将复杂的问题转化为一系列比较简单问题的最优化方法。二维动态规划

收稿日期: 2016-04-26

作者简介: 胡尊乐(1970-), 男, 本科, 高级工程师, 主要从事水文水资源方面工作。

模型的建立,一般要经过划分阶段( $k=1, 2, \dots, n$ )、选择状态( $x_k^1, x_k^2$ )、确定决策变量( $u_k^1, u_k^2$ )与状态转移方程( $T_k(x_k^1, x_k^2, u_k^1, u_{k+1}^2)$ )以及写出基本方程等 4 个步骤<sup>[1]</sup>。根据实际问题,二动态规划的基本方程可分为逆序形式和顺序形式。其中,逆序形式求二维动态规划最小值的基本方程为:

$$f_k(x_k^1, x_k^2) = \min_{(u_k^1, u_k^2) \in D_k(x_k^1, x_k^2)} \{g[v_k(x_k^1, u_k^1, x_k^2, u_k^2), f_{k+1}(x_{k+1}^1, x_{k+1}^2)]\}, k=n-1, \dots, 1 \quad (1)$$

边界条件:

$$f_n(x_n^1, x_n^2) = \min v_n(x_n^1, u_n^1, x_n^2, u_n^2) \quad (2)$$

状态转移方程:

$$(x_{k+1}^1, x_{k+1}^2) = T_k(x_k^1, x_k^2, u_k^1, u_{k+1}^2) \quad (3)$$

式(3)中,  $D_k(x_k^1, x_k^2)$  为  $k$  阶段的允许决策范围,  $v_k(x_k^1, u_k^1, x_k^2, u_k^2)$  为  $k$  阶段的指标函数。

## 1.2 Matlab 语言

Matlab 是 Mathworks 公司推出的一套功能强大的过程计算及数值分析软件,是目前世界上应用最广泛的工程计算软件之一。它是一种包含大量计算算法的集合,拥有 600 多个工程中要用到的数学运算函数,可实现用户所需的各种计算功能。在计算要求相同的情况下,使用 Matlab 的编程工作量会大大减少。因此,鉴于在二维动态规划模型的求解过程中,存在着如子问题的求解和大量中间成果的存储与调用等诸多难点,目前比较流行的做法是利用 Matlab 的强大功能,对动态规划模型进行求解<sup>[1]</sup>。相比于 C、C++ 等语言,Matlab 编程与计算工作量将减少 30% ~ 50% 左右。

## 2 应用实例分析

### 2.1 水库基本情况及供水现状

茅东水库为中型水库,总库容 1730 万  $m^3$ ,兴利库容 1090 万  $m^3$ ,防洪库容 640 万  $m^3$ ,死库容 11.20 万  $m^3$ ;校核洪水位 29.51 m,设计洪水位 28.46 m,正常蓄水位 27.00 m,汛限水位 27.00 m,最低控制水位 18.81 m。新浮水库为小(I)型水库,总库容 523 万  $m^3$ ,兴利库容 305 万  $m^3$ ,死库容 6.00 万  $m^3$ ;校核洪水位 31.50 m,设计洪水位 30.50 m,正常蓄水位 29.30 m,汛限水位 29.30 m,最低控制水位 23.80 m。

目前,茅东水库主要为下游农业灌溉(包括水稻、苗木)和居民生活提供用水,实际灌溉面积为

80  $hm^2$ ,其中水稻灌溉面积为 55  $hm^2$ ;居民生活用水年供水量为 175 万  $m^3$ 。新浮水库主要为下游农业灌溉提供用水,实际灌溉面积为 145  $hm^2$ ,其中水稻灌溉面积为 95  $hm^2$ 。

### 2.2 联合供水方案

根据当地区域联合供水规划,计划从 2 座水库年新增取水量 300 万  $m^3$ 。而根据 2 座水库在不同典型年情况下的水资源供需平衡计算结果:在 1993 年( $P=20\%$ )情况下,2 座水库的余水量分别为 594.22 万  $m^3$ 、269.40 万  $m^3$ ;在 1988 年( $P=50\%$ )情况下,2 座水库的余水量分别为 353.43 万  $m^3$ 、161.43 万  $m^3$ ;在 2001 年( $P=75\%$ )情况下,2 座水库的余水量分别为 197.92 万  $m^3$ 、96.83 万  $m^3$ ;1994 年( $P=95\%$ )情况下,茅东水库余水量为 1.02 万  $m^3$ ,新浮水库亏水量为 -12.93 万  $m^3$ 。显然,若满足各方面用水需求,必须基于最不利情况下(指 2 座水库遭遇 1994 年型降水,  $P=95\%$ ),考虑 2 座水库上游的来水情况、下游的用水需求及增加取水情况,并结合已有的防洪调度方案,合理安排 2 座水库的联合供水方案。其中,2 座水库的年初控制水位是关键。另外,联合供水方案必须满足几个原则:①防汛防旱原则。年初水位不能超过汛限水位,即茅东水库不超过 27.00 m,新浮水库不超过 29.30m。年初水位不能低于满足年内逐月水量调节所需要的最低控制水位,即茅东水库年初水位不低于 18.81 m,新浮水库不低于 23.80 m。年末水位按照随机性原则控制,即茅东水库年末控制水位为 22.60 m,新浮水库为 25.30 m。②供给次序原则。优先保证已有居民生活用水,尽量保证下游农业灌溉用水,最后安排增加供水量。③水资源效益最大化原则。在水量充足时,在满足防汛防旱的前提下,尽可能将多余水源储存在茅东水库里,但原则上不超过水库的汛限库容。④随机性原则。水库水量经过年调节后,假定次年为平水年,年末蓄水保持在多年平均状态。

### 2.3 目标函数及约束条件

设  $WM(x, k)$ 、 $U(x, k)$ 、 $M(x, k)$  分别表示茅东水库不同年初控制水位下的每月月初库容、余水量及增加取水量,  $x$  表示年初控制水位,在茅东水库最低控制水位和汛限水位之间,  $k$  表示 12 个月份。 $WX(y, k)$ 、 $V(y, k)$ 、 $X(y, k)$  分别表示新浮水库不同年初控制水位下的每月月初库容、余水量及增加取水量,  $y$  表示年初控制水位,

在新浮水库最低控制水位和汛限水位之间。 $Q(k)$ 表示2座水库每月的弃水量, $Q$ 表示2座水库全年的总弃水量。显然, $Q$ 随着 $x$ 或 $y$ ( $WM(x,k)$ 或 $WX(y,k)$ )的减小而减小,当 $Q$ 取得最小值( $Q_{min} \geq 0$ )时,所对应的 $\check{x}$ 、 $\check{y}$ 值,即为2座水库满足供水需求的最低年初控制水位。

$$\text{目标函数: } Q = \Delta x \leq 8.19, \Delta y \leq 5.50 \sum_{k=1}^{12} Q(k) \quad (4)$$

边界条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} 18.81 \leq x \leq 27.00 \\ k \leq 11 \\ WM_{18.81} \leq WM(x, k) \leq WM_{27.00} \\ k \leq 12 \\ WM_{22.60} \leq WM(x, k) \\ 23.80 \leq y \leq 29.30 \\ k \leq 11 \\ WX_{23.80} \leq WX(y, k) \leq WX_{29.30} \\ k \leq 12 \\ WM_{25.80} \leq WM(x, k) \end{array} \right. \quad (5)$$

状态转移方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x, k) + X(y, k) = 25 \\ WM(x, k+1) = WM(x, k) + U(x, k) - M(x, k) \\ \left\{ \begin{array}{l} WM(x, k+1) \geq WM_{27.00} \\ Q = \sum_{i=1}^{k-1} Q(i) + WM(x, k+1) - WM_{27.00} \\ WM(x, k+1) = WM(x, k+1) - WM_{27.00} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} WM_{18.81} \leq WM(x, k+1) < WM_{27.00} \\ Q = \sum_{i=1}^{k-1} Q(i) \end{array} \right. \\ WX(y, k+1) = WX(y, k) + V(y, k) - X(y, k) \\ \left\{ \begin{array}{l} WX(y, k+1) \geq WX_{29.30} \\ Q = \sum_{i=1}^{k-1} Q(i) + WX(x, k+1) - WX_{29.30} \\ WX(x, k+1) = WX(x, k+1) - WX_{29.30} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} WX_{23.80} \leq WX(x, k+1) < WX_{29.30} \\ Q = \sum_{i=1}^{k-1} Q(i) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (6)$$

根据2座水库已知的水位—库容曲线和最不利情况下相应的 $U(x, k)$ 、 $V(y, k)$ ,对式(6)中 $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 设置合适的增长梯度,利用Matlab语言,编制相应的程序<sup>[2]</sup>,可以求出最优解 $\check{x}$ 、 $\check{y}$ 。显然, $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 的步长决定计算的时长。本文为了减少计算工作量和计算时长,根据2座水库的库容调节系数(茅东水库调节系数为1.45;新浮水库调节系数为0.99),确定最佳的供水顺序<sup>[3]</sup>。即:新浮水库按“后蓄”方式优先增加取水,茅东水库按“先蓄”方式增加取水,这样使水库尽可能不在农业用水

高峰期增加取水,并且使多余水量尽可能储存在库容较大的茅东水库。故对状态转移方程中“ $M(x, k) + X(y, k) = 25$ ”一项进行优化:

$$\left\{ \begin{array}{l} k \leq \left\lfloor \frac{WX_{29.30} - WX_{25.30}}{25} \right\rfloor \\ X(y, k) = 25, M(x, k) = 0 \\ k > \left\lfloor \frac{WX_{29.30} - WX_{25.30}}{25} \right\rfloor \\ X(x, k) = 25, X(y, k) = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

式(7)中, $|z|$ 表示 $z$ 的整数。因此,根据水库调度的需要,取 $\Delta x = 0.10 \text{ m}$ 、 $\Delta y = 0.10 \text{ m}$ ,得出式(4)~(7)的最优解:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{min} = 35.16 \\ \check{x} = 25.00, \check{y} = 28.00 \\ \left\{ \begin{array}{l} X(\check{y}, 1) = \dots = X(\check{y}, 3) = 25.00 \\ X(\check{y}, 4) = 15.64 \\ \sum_{k=1}^4 X(\check{y}, k) = 90.64 \\ M(\check{x}, 4) = 9.36 \\ M(\check{x}, 12) = \dots = M(\check{x}, 5) = 25.00 \\ \sum_{k=4}^{12} M(\check{x}, k) = 209.36 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8)$$

### 2.4 成果验证与优化方案

从最优解式(8)可以看出,在最不利情况下,茅东水库年初控制水位25.00 m与新浮水库年初控制水位28.00 m组合是较优的水库联合供水调度方案(如果取更小的步长,会得到更优的结果)。其中,茅东水库可新增取水量209.36万 $\text{m}^3$ ,新浮水库可新增取水量90.64万 $\text{m}^3$ 。在这一组合和水量分配方式下,茅东水库和新浮水库逐月末控制水位情况见图1。

显然,在水库实际水量调度中,可遵循以下原则:如果水库上游来水较大,在满足水库每月末控制水位的前提下,可适当通过增加库容方式,充分储存降水径流(控制目标:茅东水库逐月末水位不高于汛限水位27.00 m,年末水位维持25.00 m;新浮水库逐月末水位不高于汛限水位29.30 m,年末水位维持28.00 m)。如果水库上游来水较小,且不能满足水库每月最低控制水位要求时,可根据水库的实际库容情况,依次削减新增取水量、农业灌溉水量,甚至削减茅东水库下游居民原有生活供水量(控制目标:茅东水库年末水位不低于18.81 m,新浮水库年末水位不低于控制水位23.80 m)。

另外,为验证本文提供2座水库联合优化供水方案的可行性,本文根据莫兰水库存储理论<sup>[4]</sup>,

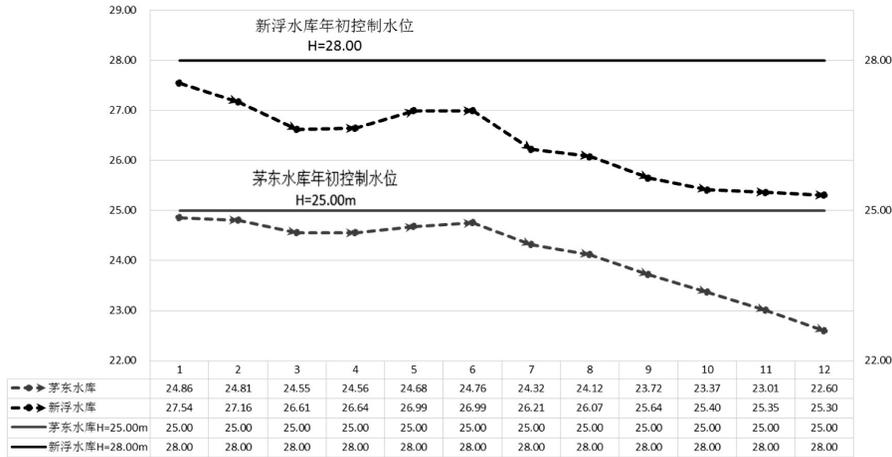


图 1 水库调度图

采用直接总库容法<sup>[4]</sup>, 计算新增取水的保证率。其中: 茅东水库多年平均用水量(含新增取水量)为 505.04 万 m<sup>3</sup>, 兴利库容为 1090 万 m<sup>3</sup>, 死库容为 11.20 万 m<sup>3</sup>, 按莫兰库容存储理论将水库分成 7 个部分, 每份库容差为 180 万 m<sup>3</sup>; 新浮水库多年平均用水量(含新增取水量 90.64 万 m<sup>3</sup>)为 195.72 万 m<sup>3</sup>, 兴利库容为 305 万 m<sup>3</sup>, 死库容为 6.0 万 m<sup>3</sup>, 同理分为 5 个部分, 每份库容差为 60 万 m<sup>3</sup>。计算最终结果详见表 1、2。

从表 1、2 可以看出, 茅东水库和新浮水库供水保证率分别为 99.97% 和 99.9%, 满足新增取水

设计了二维动态规划模型, 并利用 Matlab 程序计算得出了较优的二维解(茅东水库年初蓄水位 25.00 m, 新浮水库年初蓄水位 28.00 m)。

(2) 在遭遇最不利情况下, 茅东和新浮等 2 座中小水库仍然可以通过合理的工程调度, 满足区域联合供水的最大化取水要求, 且供水保证率在 99.5% 以上。这种联合调度优化供水方案可为区域安全供水提供技术支撑。

(3) 在求解二维动态规划模型中, 可基于调节库容系数, 确定水库的供水顺序, 以减少计算工程量。

表 1 茅东水库供水保证率计算表

状态	0	1	2	3	4	5	6	Σ
破坏率 (%)	5.6	5.6	2.8	0	0	0	0	14.0
稳定状态概率 (%)	0.0	0.3	0.5	5.4	5.6	11.2	77.0	100.0
乘积 (10 <sup>-4</sup> )	0	1.7	1.4	0	0	0	0	3.1
供水保证率 (%)	P = (100 - 3.1/100) % = 99.97%							

表 2 新浮水库供水保证率计算表

状态	0	1	2	3	4	Σ
破坏率 (%)	2.0	2.0	0	0	0	4.0
稳定状态概率 (%)	0.3	5.4	5.7	27.9	60.7	100.0
乘积 (10 <sup>-4</sup> )	0.6	10.8	0.0	0.0	0.0	11.4
供水保证率 (%)	P = (100 - 11.3/100) % = 99.9%					

的需求。

### 3 结论与建议

为实现中小水库优质水资源的最大化利用, 满足地方区域联合供水的需要, 本文根据 2 座水库的实际情况, 并基于二维动态规划方法的 Matlab 程序, 给出了最不利情况下的联合调度优化供水方案。结果表明:

(1) 针对 2 座中小水库的联合供水调度方案,

### 参考文献:

[1] 南京地区工科院校数学建模与工业数学讨论班. 数学建模与实验 [M]. 南京: 河海大学出版社, 1996.  
 [2] 周建兴, 岂兴明, 矫津毅, 等. Matlab 从入门到精通 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2008.  
 [3] 黄强, 刘晓黎, 等. 洮河九甸峡水库优化调度研究 [J]. 水力发电学报, 2008, 27(2): 17-21.  
 [4] 邹进. 水库长期优化调度的可持续性模型初探 [J]. 水文, 2010, 30(1): 35-38.

(责任编辑: 徐丽娜)