

基于相对隶属度和概率论耦合的水资源紧缺程度评价模型及其应用

曹 杰

(山西省水文水资源勘测局, 山西 太原 030001)

摘要: 为了准确评价水资源的紧缺性程度, 进而为水资源的再分配情况给出有效科学依据, 并且鉴于单个赋权法精度不足等缺点, 将概率论中的贝叶斯公式与相对隶属度相结合的方法, 应用到某县 2014 年的水资源紧缺性综合评估中。结果表明, 某县 2014 年评价等级为轻微紧缺, 与实际情况一致。贝叶斯公式和相对隶属函数耦合随机评价方法采用了主观和客观评价的组合赋权法和相对隶属度综合确定权重, 针对指标内和相互之间的影响 2 个方面, 用来进一步确定水资源紧缺性评价样本集的实际权重。综合各类方法的优点与不足之处, 通过合理的交叉耦合, 使评价结果更加趋于合理。

关键词: 贝叶斯公式; 随机不确定性; 组合赋权法; 水资源紧缺性评价

中图分类号: X822

文献标识码: B

文章编号: 1007-7839 (2017) 11-0034-06

Evaluation model and its application of water resources shortage degree based on relative membership degree and probability theory

CAO Jie

(*Shanxi Hydrology and Water Resources Survey Bureau, Taiyuan 030001, Shanxi*)

Abstract: In order to accurately evaluate the degree of water resources shortage, provide an effective scientific basis for the redistribution of water resources, and in view of the lack of precision of individual empowerment shortcomings, Bias formula in probability theory and relative membership method were combined and applied to a county's comprehensive assessment of water resources shortage in 2014. The results showed that in 2014 the evaluation grade was slightly tight, which was consistent with the actual situation. The Bias formula and relative membership function coupling stochastic evaluation method adopted the subjective and objective combined weighting method and relative membership degree to determine the weight comprehensively. According to the two aspects of internal and interplay effects to further determine the actual weights of the sample set of water resources shortage evaluation. Combining the advantages and disadvantages of various methods, the evaluation results are becoming more and more reasonable through reasonable cross-coupling.

Key words: Bias formula; stochastic uncertainty; combined weighting method; water resources shortage assessment

收稿日期: 2017-07-15

作者简介: 曹杰 (1970-), 男, 本科, 工程师, 主要从事水文资料整编与水资源分析计算工作。

0 引言

随着人口的不断增加和社会经济的快速发展,用水各部门对水资源的需求量也在不断增长,水资源的紧缺程度也在不断上升^[1]。因此,综合分析评价各个地区的水资源紧缺程度,对于各个地区采取不同的方式进行评价和改善很有帮助。国内外学者先后提出了一系列方法,凌子燕^[2]等人提出了主成分分析的方法,将其运用于广东省区域水资源紧缺风险评价中,取得了较好的结果;张伟丽^[3]依据山西省的水资源再分配情况,运用模糊综合评价对水资源的紧缺性做了一定的研究;张斌^[4]等人立足于水足迹理论与物元分析法对江苏省的水资源紧缺情况做了评价并取得了较好的成果。

影响水资源紧缺性的因子不是单一化的,根据紧缺性因子的检测数据构建出的模型,两个评价等级之间没有明确的分界线,而且评价因子在评价模型中的权重也没有明确的规定。随机信息有很强烈的偶然性,没法在一个既定的试验中得到一个准确的结果。灰色理论是由于信息的不完全透明性和复杂性而不能获得全部信息。水资源紧缺性评价,实际上是根据多个不确定性指标,选取合适的不确定性模型或者方法,为管理者提供

有效依据。在现有的研究中,模糊性和灰色理论应用的较多,而研究不确定性的方法—随机性的应用却不多见,而且评价中往往忽略了各个指标本身对评价目标的影响程度,只考虑了指标间的权重。因此,本文将逐个分析某一个固定指标属于其对应等级的概率,提出了将贝叶斯公式融入隶属度评价中,最后将其应用到实例中去,进行验证。

1 水资源紧缺性评价指标体系与分级标准

从该县的缺水程度,要选出能够较为完整地体现该县水资源紧缺程度各个方面特征的 6 大类 14 项指标。6 大特征分别是水资源类指标、社会经济类指标、供水类指标、需水类指标、缺水类指标和水环境类指标^[5]。指标类有人均水资源量、径流系数、干旱系数、水质等级、人均 GDP、人均供用水量、灌溉率、水资源利用率和耗水率等 14 项。具体如下图 1 所示。

对于紧缺性的评价指标来说,文章将以严重紧缺、紧缺、中等紧缺、轻微紧缺、不紧缺作为分类标准。等级标准值以当地的实际情况分析给出,结果见表 1。

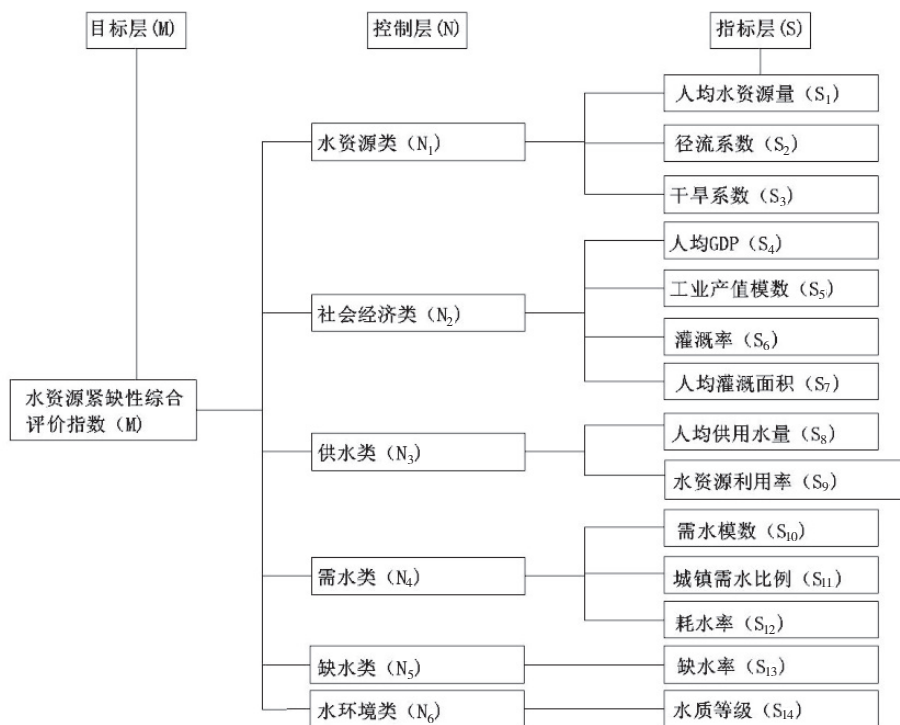


图 1 水资源紧缺性评价指标体系

表 1 水资源紧缺性等级标准

指标	单位	等级及标准值				
		严重紧缺	紧缺	中等紧缺	轻微紧缺	不紧缺
S_1	$\text{m}^3/\text{人}$	2000	1200	800	400	0
S_2		0.4	0.3	0.2	0.1	0
S_3		3	2	1.5	1	0
S_4	元/人	50000	35000	20000	10000	0
S_5	万元/ km^2	5000	2000	1000	100	0
S_6	%	80	60	40	20	0
S_7	亩/人	1.0	0.8	0.6	0.4	0
S_8	$\text{m}^3/\text{人}$	0	200	400	600	1000
S_9	%	80	60	40	20	0
S_{10}	万 m^3/km^2	40	25	10	5	0
S_{11}	%	50	40	30	20	0
S_{12}	%	80	60	40	20	0
S_{13}	%	15	10	5	1	0
S_{14}		5	4	3	2	1
评分标准		[1, 0.85)	[0.85, 0.7)	[0.7, 0.55)	[0.55, 0.35)	[0.35, 0]

2 贝叶斯公式和相对隶属度耦合模型

2.1 概率模型简介

贝叶斯公式的原理可以这样描述: 现将 Ω 设定为一个样本, 事件 K_1, K_2, \dots, K_n 组成了整个样本中的事件, Q 为样本中的任一事件^[6], 若 $P(K_i) > 0$, ($i=1, 2, \dots, n$), $P(Q) > 0$, 则有:

$$P(K_i/Q) = \frac{P(K_i)P(Q/K_i)}{P(Q)} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中的 $P(Q)$ 表示某一事件发生的概率, $P(K_i/Q)$ 表示条件概率。

水资源紧缺性指标实测矩阵为 $X = (x_{jk})_{m \times n}$, 其中 n 表示水资源紧缺性评价样本个数; m 表示指标项数; x 表示水资源紧缺性评价指标^[7]。令水资源紧缺性的评价指标构成的矩阵为 $J = (y_{ji})_{m \times c}$, 其中 c 表示水资源紧缺性状态或分级数; y 表示评价属性的标准值; $j=1, 2, \dots, m$; $k=1, 2, \dots,$

n ; $i=1, 2, \dots, c$ 。设 K 为某个评价属性 x_{jk} 是紧缺性级别 i 的事件, $i=1, 2, \dots, c$; $k=1, 2, \dots, n$ 。

水资源的某个指标隶属于其对应级别的概率, 即是该指标的不确定程度, 用条件概率 $P(K_i/x_{jk})$ 来表示, 那么该式子可以写作:

$$P(K_i/x_{jk}) = \frac{P(K_i)P(x_{jk}/K_i)}{\sum_{i=1}^c P(K_i)P(x_{jk}/K_i)} \quad (2)$$

由最大似然分类的分类准则可知^[8]: 如果, $P(K_i/x_{jk}) = \max_{r=1}^i P(Q_r/x_{jk})$ 则 x_{jk} 属于 Q 。通过简化便可得到直接的分类准则: $P(K_i/x_{jk}) = \max_{r=1}^i P(Q_r/x_{jk})$

$P(Q_r)$, 在最大似然分类中, 每一紧缺性指标的概率值 $P(K_i/x_{jk})$ 称为概率矢量, 用于表征水资源紧缺性指标的不确定性^[9]。在以上的公式中, 水资源紧缺性评价指标属每一级别为等可能事件而被确定, 即 $P(K_i) = 1/c$ 。

2.2 相对隶属度模型

相对隶属度是对模糊性概念的一种精确表述, 在模糊集合论中用来表述一类中介或者过渡^[10]。其中 1 级水资源紧缺性状态是非常紧缺, 其评价指标 i 的标准值 y_{i1} 对紧缺性程度的相对隶属度为 $S_{ji}=0$; c 级紧缺性状态为优, 其指标 i 的标准值 y_{ic} 对于紧缺性程度的相对隶属度 $S_{jc}=1$ 。则紧缺性 i 级紧缺性状态指标 i 的标准值 y_{ji} 的相对隶属度 s_{ji} 可从 (3) 给出:

$$s_{ji} = \frac{y_{ji} - y_{j1}}{y_{jc} - y_{j1}} \quad (3)$$

同理, 可根据式 (4):

$$r_{jk} = \begin{cases} 1, & x_{jk} > y_{jc} \\ \frac{x_{jk} - y_{j1}}{y_{jc} - y_{j1}}, & y_{j1} < x_{jk} < y_{jc} \\ 0, & x_{jk} < y_{j1} \end{cases} \quad (4)$$

将指标实测值 x_{jk} 转变为与之相符的相对隶属度 r_{jk} 。

由 (3)、(4) 式将 X 、 J 矩阵转化为相应的相对隶属度矩阵 $R=(r_{jk})$ 和 $S=(s_{ji})$ 。矩阵 R 表征了 n 个评价样本的 m 个实际值对“紧缺性程度”的影响程度。换言之就是样本中的所有属性指标相对于“紧缺性程度”的相对隶属度。由于 1 级紧缺性标准值的相对隶属度为 0, 故矩阵 R 给出了样本集中全部的指标超过 1 级健康(差)的标准值的相对隶属度^[11]。故本文将这种指标对“紧缺性程度”定义为超标权重。

此外, m 项指标对于紧缺性程度的影响不同, 故还需把 m 项的指标间的权重考虑在内。表示为向量形式为:

$$v=(v_1, v_2, \dots, v_m), \sum_{j=1}^m v_j=1 \quad (5)$$

为了减轻单一的主观或者客观的赋权法对结果的影响, 将人为因素对结果的影响降低, 本文引入盲数理论和模糊评价法组合而成的组合赋权法对结果进行评判。盲数理论得出的权重为 v' ; 模糊评价法算出的权重为 v'' 。两者的一致性程度用距离函数 $d(v', v'')$ 来表示:

$$d(v', v'') = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (v'_k - v''_k)^2} \quad (6)$$

用以下公式计算最终的权重:

$$v = \alpha v' + \beta v'' \quad (7)$$

式中, α 、 β 分别为盲数理论、模糊评价法求出权重的分配比。

同时为了使得一致性更高, 距离函数和分配系数间的程度等同。为了避免所求解正负号的影响, 取平方来消除影响:

$$d(v', v'')^2 = (\alpha - \beta)^2 \quad (8)$$

$$\alpha + \beta \quad (9)$$

对于紧缺性评价标准中的各项指标 (图 1) 均可视为随机变量。计算步骤为:

(1) 计算样本集中的每一个指标 x_{jk} 属某一对应等级 K_j 的概率 $P(K_i/x_{jk}) = P_{ik}$

$$P_{ik} = \frac{1/L_{ik}}{\sum_{i=1}^c 1/L_{ik}} \quad (i=1, 2, \dots, c; k=1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

$P(x_{jk}/K_i)$ 根据几何概率计算, 与 L_{ik} 成反比关系。其中 L_{ik} 为实测值 x_{jk} 到标准值 y_{ik} 的绝对距离, 计算式如下:

$$L_{ik} = |x_{jk} - y_{ik}| \quad (11)$$

(2) 计算样本集各个评价指标 x_{jk} 的等级 Q_j

由最大似然分类的分类准则, 取 P_{ik} 中最大值作所属级别作为单个紧缺性评价指标 x_{jk} 的评价级别 B_j 。

(3) 计算样本集各个指标的权重 ω_{jk}

构建的 n 个样本 m 项指标的矩阵 A 由超标权重和指标权重相乘而得:

$$A = \begin{pmatrix} v_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & v_m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$= \begin{pmatrix} v_1 r_{11} & v_1 r_{12} & \dots & v_1 r_{1n} \\ v_2 r_{21} & v_2 r_{22} & \dots & v_2 r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_m r_{m1} & v_m r_{m2} & \dots & v_m r_{mn} \end{pmatrix} = (v_i r_{jk})$$

将 A 中各权重值按列归一化:

$$\omega_{jk} = \frac{v_j r_{jk}}{\sum_{j=1}^m v_j r_{jk}}, \sum_{j=1}^m \omega_{jk} = 1 \quad \forall_k \quad (13)$$

得到:

$$W = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \dots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \dots & \omega_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \dots & \omega_{mn} \end{pmatrix} = (\omega_{jk}) \quad (14)$$

矩阵 W 称为紧缺性评价综合权重矩阵, 考虑了各指标本身和指标间的权重评价目标的影响。

3 实例应用

某县位于我国西南部,地处伊河上游。东西最长 78.4 km,南北宽 57.2 km,总面积 2477 km²,属暖温带半干旱大陆性气候区。地形地貌较为复杂,该县水资源主要有境内地表径流、过入境地表径流、地下径流 3 个部分组成。其特点是:由于水资源量主要由天然降雨补给,故随降雨的年内年际变化而变化。

但是该县的水资源总量紧缺,同时受到人类不合理开发和污染的影响,水质也日益下降,水资源紧缺性问题较为突出,影响了该县人民的正常生活,所以,对该县的水资源紧缺性问题进行评估,从而找到解决办法刻不容缓。

经过实地勘测与当地数据相结合,将 6 个样本集的实测数据列于下表 2。

由表 1、表 2 应用式(3)、(4)得:

$$R=\begin{bmatrix} 0.916 & 0.906 & 0.938 & 0.927 & 0.886 & 0.911 \\ 0.795 & 0.821 & 0.846 & 0.872 & 0.692 & 0.641 \\ 0.365 & 0.431 & 0.398 & 0.465 & 0.365 & 0.398 \\ 0.834 & 0.852 & 0.840 & 0.823 & 0.845 & 0.817 \\ 0.073 & 0.075 & 0.071 & 0.074 & 0.070 & 0.073 \\ 1.000 & 1.000 & 0.200 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.111 & 0.101 & 0.091 & 0.111 & 0.131 & 0.131 \\ 0.855 & 0.852 & 0.848 & 0.859 & 0.860 & 0.847 \\ 0.433 & 0.625 & 0.538 & 0.513 & 0.575 & 0.600 \\ 0.070 & 0.066 & 0.067 & 0.068 & 0.067 & 0.070 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.444 & 0.500 & 0.475 & 0.400 & 0.387 & 0.412 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.500 & 0.250 & 0.250 \end{bmatrix} S=\begin{bmatrix} 1 & 0.600 & 0.400 & 0.200 & 0 \\ 1 & 0.744 & 0.487 & 0.231 & 0 \\ 1 & 0.666 & 0.498 & 0.331 & 0 \\ 1 & 0.700 & 0.400 & 0.200 & 0 \\ 1 & 0.400 & 0.200 & 0.020 & 0 \\ 1 & 0.750 & 0.500 & 0.250 & 0 \\ 1 & 0.798 & 0.596 & 0.394 & 0 \\ 1 & 0.800 & 0.600 & 0.400 & 0 \\ 1 & 0.750 & 0.500 & 0.250 & 0 \\ 1 & 0.625 & 0.250 & 0.125 & 0 \\ 1 & 0.800 & 0.600 & 0.400 & 0 \\ 1 & 0.750 & 0.500 & 0.250 & 0 \\ 1 & 0.666 & 0.333 & 0.066 & 0 \\ 1 & 0.750 & 0.500 & 0.250 & 0 \end{bmatrix}$$

文献对紧缺性评价指标间的权重用组合赋权法进行研究,求得各指标权向量 $v=(0.122, 0.084, 0.06, 0.068, 0.064, 0.044, 0.091, 0.045, 0.064, 0.119, 0.047, 0.051, 0.054, 0.077)$ 。

表 2 6 个样本的评价实测值

评价指标	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6
S_1	1831.88	1811.88	1876.88	1854.88	1771.88	1821.88
S_2	0.32	0.33	0.34	0.35	0.28	0.26
S_3	1.1	1.3	1.2	1.4	1.1	1.2
S_4	41689	42589	41976	41128	42236	40854
S_5	365	375	357	368	351	366
S_6	18	17	16	19	18	18
S_7	0.12	0.11	0.1	0.12	0.14	0.14
S_8	145	148	152	141	140	153
S_9	34	30	37	39	34	32
S_{10}	2.79	2.65	2.68	2.71	2.72	2.81
S_{11}	67.94	65.23	67.84	68.93	64.29	63.14
S_{12}	36	40	38	32	31	33
S_{13}	29	28	27	30	31	30
S_{14}	2	2	2	3	2	2

由式(12)计算得综合矩阵 A , 并按列归一化得综合权重矩阵 W , 由式(10)、(11)计算得各指标 x_{jk} 的评价等级矩阵 B_j :

$$B_j = \begin{cases} 0.578 & 0.692 & 0.651 & 0.518 & 0.594 \\ 0.531 & 0.446 & 0.373 & 0.624 & 0.423 \\ 0.449 & 0.455 & 0.645 & 0.664 & 0.455 \\ 0.370 & 0.389 & 0.430 & 0.377 & 0.444 \\ 0.416 & 0.429 & 0.421 & 0.433 & 0.423 \\ 0.702 & 0.637 & 0.876 & 0.780 & 0.780 \\ 0.554 & 0.585 & 0.524 & 0.469 & 0.469 \\ 0.577 & 0.598 & 0.542 & 0.538 & 0.603 \\ 0.349 & 0.686 & 0.869 & 0.509 & 0.422 \\ 0.421 & 0.425 & 0.430 & 0.428 & 0.444 \\ 0.384 & 0.364 & 0.357 & 0.392 & 0.404 \\ 0.869 & 0.768 & 0.422 & 0.384 & 0.463 \\ 0.309 & 0.317 & 0.297 & 0.292 & 0.297 \\ 0.776 & 0.625 & 0.768 & 0.776 & 0.776 \end{cases}$$

由矩阵 W 和 B_j 计算得紧缺性评价结果(评

价级别)如表 3。
表 3 的计算结果显示: 此方式在求解方面的精度进一步提高了。6 个样本的评价结果显示, 样本都在 0.35 ~ 0.55 之间, 属于轻微紧缺。该市水资源总体来说较好, 但是仍然存在一系列问题。

4 结论

- (1) 经分析, 紧缺性的指标个数和种类的选取具有不确定性, 各个等级之间和每个等级本身对评价目标也具有不确定性。故而本文根据实测样本集中的多个不确定信息, 采用贝叶斯公式的不确定性方法进行水资源紧缺性评价。
- (2) 本文在组合赋权法的基础上加入相对隶属度的概念, 从指标间和指标内部的相对隶属度对评价目标的影响 2 个方面综合确定权重。能较

表 3 紧缺性健康评价结果

评价指标	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6
S_1	0.127	0.114	0.153	0.128	0.105	0.123
S_2	0.079	0.066	0.062	0.048	0.068	0.043
S_3	0.031	0.024	0.024	0.036	0.031	0.023
S_4	0.043	0.039	0.043	0.042	0.041	0.046
S_5	0.004	0.003	0.004	0.003	0.004	0.004
S_6	0.066	0.057	0.011	0.070	0.067	0.066
S_7	0.010	0.009	0.009	0.009	0.010	0.010
S_8	0.043	0.042	0.047	0.039	0.041	0.045
S_9	0.026	0.024	0.043	0.047	0.033	0.029
S_{10}	0.007	0.006	0.006	0.006	0.006	0.007
S_{11}	0.032	0.033	0.033	0.030	0.035	0.036
S_{12}	0.025	0.040	0.036	0.015	0.014	0.018
S_{13}	0.030	0.030	0.033	0.028	0.029	0.030
S_{14}	0.027	0.026	0.023	0.050	0.027	0.027
综合评价级别	0.548	0.512	0.527	0.550	0.512	0.507

（上接第39页）

为准确的算出样本集的实际权重。应用实例表明，评价结果与实际较为接近。

（3）评价的不确定性研究在各个领域都成为热点问题。其模糊信息、灰色信息、随机信息等多种不确定性研究方法在实际应用中各具优缺点，其交叉耦合需做进一步研究。在今后的的工作中，将进行深入的研究。

参考文献：

- [1] 张彦波, 杨振宇, 宋卫明, 孙珂. 水资源紧缺程度评价[J]. 河南水利与南水北调, 2010(04):78-79.
- [2] 凌子燕, 刘锐. 基于主成分分析的广东省区域水资源紧缺风险评价[J]. 资源科学, 2010(12):2324-2328.
- [3] 张伟丽. 山西省永定河区水资源紧缺程度的模糊综合评价[D]. 杨凌: 西北农林科技大学, 2007.
- [4] 张斌, 黄显峰, 方国华, 徐烁, 张书龙. 基于水足迹理论与物元分析法的水资源紧缺度分析[J]. 水电能源科学, 2012(08):29-32.

- [5] 杨树滩, 夏自强. 模糊数学在水资源紧缺程度评价中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2005(01):25-27+56.
- [6] 余丽. 贝叶斯法则的理论分析与现实应用研究[J]. 重庆三峡学院学报, 2016(03):24-26.
- [7] 唐霞, 张志强, 尉永平, 熊永兰, 王勤花. 黑河流域水资源压力定量评价[J]. 水土保持通报, 2014(06):219-224.
- [8] 胡建伟, 杨绍全. 小波域的最大似然调制分类[J]. 西安电子科技大学学报, 2006(02):247-250.
- [9] 王笑宇, 王国玖, 李娜, 杨侃. 贝叶斯公式与模糊识别耦合方法在河流健康评价中的应用[J]. 水电能源科学, 2017(01):48-52.
- [10] 陈守煜, 于雪峰. 相对隶属度与两级模糊识别模型及其在水工评价中应用[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(2):288-291.
- [11] 王瑞梅, 傅泽田, 何有缘, 彭飞, 陈大庆. 渔业水域水质模糊综合评价模型研究[J]. 中国农业大学学报, 2005, (06):51-55.

（责任编辑：华智睿）