

大型立式轴流泵进水流道两点压差式测流法研究

朱晓明¹，张东培²，周 斌³，田志刚²，刘苏南⁴

(1.河海大学，江苏 南京 210098；2.扬州市城市防洪工程管理处，江苏 扬州 225003；
3.扬州市水利工程质量安全监督站，江苏 扬州 225001；4.扬州市瓜洲泵站工程管理处，江苏 扬州 225001)

摘要:水泵流量是确定泵站装置效率和能源单耗的关键参数,研究大型立式轴流泵进水流道两点压差式测流法具有重要的意义。应用基于 Standard $k-\varepsilon$ 、RNG $k-\varepsilon$ 和 Realizable $k-\varepsilon$ 湍流模型的 RANS 方法分别对肘形进水流道的水流流动进行数值模拟,研究了不同湍流模型在数值计算中对壁面压强的预测能力,并与物理模型试验数据进行对比,结果表明 Realizable $k-\varepsilon$ 湍流模型所预测的进水流道压差与试验结果最为接近。对肘形进水流道模型在不同的流量条件下进行数值模拟,分析了壁面的压强分布规律并确定了测压点的具体位置。在肘形进水流道原型的数值计算中,采用了与模型数值计算相同的数值方法,同时引入大并行的云计算技术,预测了大型立式轴流泵现场实测流量与压差的函数关系。

关键词:轴流泵;测流法;压差式;数值模拟;进水流道

中图分类号:TV675 文献标识码:B 文章编号:1007-7839(2019)10-0023-06

Study on the two – point differential pressure type flow measurement method for inlet flow channel of large vertical axial flow pum

ZHU Xiaoming¹ , ZHANG Dongpei² , ZHOU Bin³ , TIAN Zhigang² , LIU Sunan⁴

(1. Hohai University, Nanjing 210098, Jiangsu;
2. Yangzhou City Flood Control Project Management Office, Yangzhou 225003, Jiangsu;
3. Yangzhou City Water Conservancy Engineering Quality and Safety Supervision Station, Yangzhou 225001, Jiangsu;
4. Yangzhou Guazhou Pumping Station Project Management Office, Yangzhou 225003, Jiangsu)

Abstract:The pump flow rate is the key parameter to determine the efficiency of the pumping station and the unit consumption of energy. It is very important to study the two – point differential pressure type flow measurement method for the inlet flow of large vertical axial flow pump. The RANS method based on Standard $k-\varepsilon$, RNG $k-\varepsilon$ and Realizable $k-\varepsilon$ turbulence model was used to numerically simulate the flow of the elbow inlet flow channel, and the prediction ability of different turbulence models in wall numerical calculation was studied and compared with physical model test data. The results showed that the pressure difference of the inlet flow channel predicted by the Realizable $k-\varepsilon$ turbulence model was the closest to the experimental results. The elbow – shaped inlet channel model was simulated numerically under different flow conditions. The pressure distribution on the wall surface was analyzed and the specific position of the pressure measuring point was determined. In the numerical calculation of the prototype of elbow – shaped inlet passage, the same numerical method as the model numerical calculation was adopted, and the large parallel cloud computing technology was introduced to predict the functional relationship be-

tween the measured flow rate and pressure difference in the field of large vertical axial flow pump.

Key words: axial flow pump; flow measurement method; differential pressure type; numerical simulation; inlet flow channel

0 引言

扬州市瓜洲泵站工程是城市防洪规划治理的关键性工程,也是城市防洪工程建设重中之重。当这座“城市安全第一工程”建成之后,将扩大和稳定其辐射区域入江、行洪和排涝的出路,也可有效控制降低内部洪涝水位,并保障区域在江淮高水位时的排水安全,同时兼顾着改善区域水环境质量的重任。瓜洲泵站的设计流量为 $170 \text{ m}^3/\text{s}$,选用 6 台 3000ZLQ-28.4 立式全调节轴流泵,配 6 台 TL1600-48 同步电动机,单机功率为 1600 kW,主水泵叶轮直径约 3000 mm,转速 125 r/min,单机设计流量为 $28.4 \text{ m}^3/\text{s}$,总装机功率 9600 kW。其中机组采用肘形进水流道,虹吸式出水流道,由真空破坏阀断流。由于肘形进水流道短、断面不规则且为钢筋混凝土浇筑而成,另外其水流流态变化复杂且流线曲率大,因此其流量的测量与监测非常困难^[1]。目前工程中流量数据是通过实测的进、出水池水位和模型泵装置性能曲线相似换算后的原型泵装置性能曲线推求获得,由于水位测量精度的限制、原模型相似换算的比尺效应和数据拟合与插值的误差的原因,导致这种流量的推求方法很难达到较高的精度。此外,现场测试也是水泵流量测量与监测常用的方法。仇宝云等^[2]用五孔探针测定大型水泵流量,确定了测量断面和测点布置,根据断面轴向速度分布积分求得流量,着重研究了测量方法、影响测流精度的因素和提高精度的措施;严登丰^[3]介绍了一种类同皮托管而优于标准皮托管的绕流管差压式流速流量计,其优点在于低压孔位置偏角在一定范围内流速系数不随雷诺数大小而变化;郑源等^[4]和周济人等^[5]采用内贴式超声波流量计对大型低扬程泵站流量进行测量。然而这些研究成果局限于测流手段本身,未考虑测流仪器的附加误差对研究结果的影响。进水流道差压测流法是一个相对简便的流量测量方法,根据已率定的水泵流量与进水流道压差之间的函数关系,通过实时测量泵站进水流道压差来获得对应的水泵流量。但是在函数系数的率定中,流速仪法和盐水浓度法^[6]常被用于测定水泵流量,并且进水流道压差采用均压环获取,导致这种流量测量方法中存在很多弊端,比

如现场工作量大,限制条件多,花费时间多,测量精度也很难满足要求。

近年来,利用数值手段对泵站进水流道进行模拟越来越为国内外的研究人员所重视^[7-8]。本文在进水流道差压测流法的基础上,引入计算流体力学 CFD 方法和云计算技术,提出新的压差定义来改进流量与压差对应关系的率定。需要指出的是,此处的压差是指进水流道上两个指定测压点间的压强水头差,而不是计算进水流道水头损失时采用的两个间断面平均压强水头差。本文借助计算流体力学软件 Ansys Fluent 对设计水位条件下多个流量方案的泵站肘形进水流道进行 CFD 计算,分别采用基于 Standard $k-\varepsilon$ 模型、RNG $k-\varepsilon$ 模型和 Realizable $k-\varepsilon$ 模型的 RANS 方法对大型立式轴流泵肘形进水流道内水流流场进行三维数值模拟,并与试验数据进行对比分析,重点分析基于雷诺平均 N-S 方程的湍流模型模拟泵站进水流道水流特性的准确性,特别是对进水流道壁面压强的预测。在此基础上,开展对两点压差式测流法的测压点布置方案的研究,以多个流量方案的泵站进水流道模型为对象进行数值模拟,比较多个测压点的压强及压差的变化规律,然后结合工程实际确定测压点的具体位置。进而采用与模型计算相同的数值方法对原型进行数值模拟,获得原型的流量与进水流道压差之间的函数关系,并采用原模型数值计算与试验测试的相对误差相等的原则对其进行修正,从而得到大型立式轴流泵现场实测流量与压差的函数关系。为在大型立式轴流泵及低扬程水泵中推广应用进水流道两点压差式测流法提供依据。

1 计算模型与方法

1.1 控制方程

立式轴流泵肘形进水流道内的流动可看作定常不可压流动,其控制方程可表示为连续性方程和动量方程:

连续性方程:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i u_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_i' u_j'})$$

(2)

式中, \bar{p} 为平均压力; ρ 为流体密度; μ 为运动粘性系数; $\overline{u_i}$ 为时均速度分量; $\overline{u_i' u_j'}$ 为雷诺应力; x_i 、 x_j 为坐标向量。

1.2 湍流模型

根据 Boussinesq 涡黏性假定,可建立雷诺应力与平均速度梯度的关系。在 $k-\varepsilon$ 双方程湍流模型中,通过引入湍动能 k 和扩散率 ε 的输运方程,使连续性方程和动量方程组成方程组封闭。

目前,对湍动变量 k 和 ε 的模化方式主要有标准 $k-\varepsilon$ 模型、RNG $k-\varepsilon$ 模型和 Realizable $k-\varepsilon$ 模型。其中标准 $k-\varepsilon$ 模型假定湍动黏度 μ_t 为各向同性的标量,是最基本的双方程湍流模型^[9];RNG $k-\varepsilon$ 模型基于标准 $k-\varepsilon$ 模型,模型中 μ_t 考虑了平均流动的旋转及旋流的影响,使其在强旋流和弯曲壁面流动具有更好的适应性^[10];而 Realizable $k-\varepsilon$ 模型,不再假定湍动能计算系数 C_μ 为常数,将其与应变率建立了联系,从而避免了大时均应变率情况下标准 $k-\varepsilon$ 模型可能导致的负的正应力^[11]。

1.3 计算域及网格

本文以扬州市瓜州泵站建立计算模型,包括泵站进水池、肘形进水流道、隔墩、闸门槽、轮毂及出水管,具体参数见图 1(a),吸水管直径 $d=312\text{ mm}$ 。为了减少进、出口边界对数值模拟结果的影响,分别在进口延长 17.5 d 和出口处延长 5 d 。在数值计算中,网格不仅是几何模型的间接表达形式,也是数值计算和分析的重要载体,网格质量的好坏直接关系到计算的精度及效率,同样直接影响计算结果的正确性与可靠性。大型立式轴流泵肘形进水流道为不同曲率半径断面的渐缩弯管,考虑到几何形状的复杂性,运行 ICEM 对流体域进行几何适应性强的四面体非结构化网格划分。为了准确模拟进水流道中的水流特性,对水流转弯处和测压点位置及其附近区域进行网格局部加密,整体网格如图 1(b)所示。对计算域进行网格无关性分析,分别对不同网格量的计算模型在不同流量条件下进行数值计算,为了保证计算资源的合理利用,本文选定 210 万网格量的网格尺度和加密方式作为本文的网格剖分方案。

1.4 边界条件及求解方法

进口条件采用速度进口条件,给定速度大小和

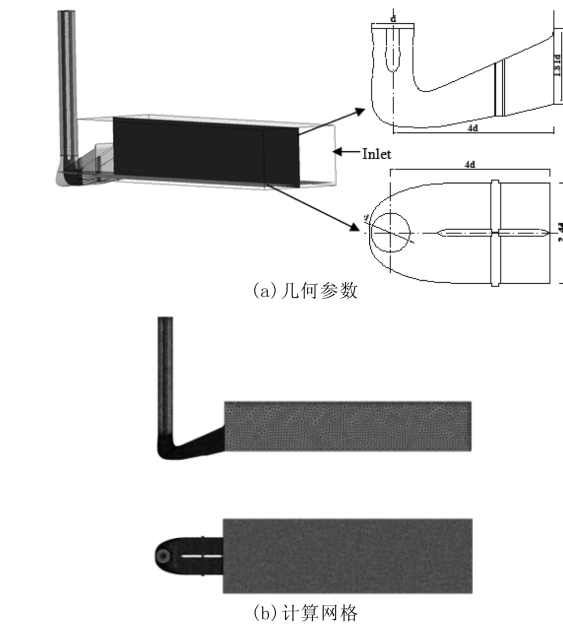


图 1 肘形进水流道模型的几何参数及计算网格

方向;出口条件采用自由出流 outflow;自由表面不考虑其表面波动,并简化为对称面,这种自由表面处理方法已在多个研究中被成功应用^[12]。

控制方程的离散采用有限体积法,扩散项采用二阶中心差分格式,对流项采用 QUICK 格式,压力与速度的耦合求解采用 SIMPLEC 算法。

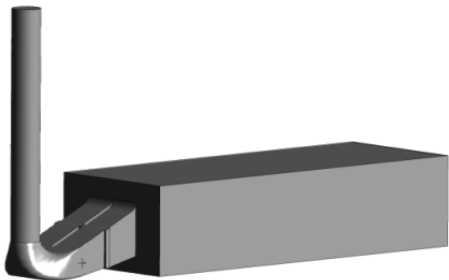
1.5 测压点布置方案

肘形进水流道两点压差式测流法中测压点位置的选取至关重要,不仅要满足两个测压点处的压差足够大,而且要有利于装置试验的量测设备和泵站原型的测压传感器的安装。为充分反映肘形进水流道壁面上的压强分布,本文在肘形进水流道弯管前和弯管后各选取 4 个测压点。需要特别指出的是,在肘形弯管前 4 个测压点的选择时,应尽量减小隔墩和闸门槽对壁面压强的影响。表 1 和表 2 分别为测压点 P1 和 P2 的拟选坐标,其中测压点 (x,y,z) 根据泵站模型坐标原点 $(0,0,0)$ 而言,测压点均在进水流道的边壁上。测压点 P1 的拟选坐标随着序列号的递增靠近肘形弯道,测压点 P2 的拟选坐标随着序列号的递增靠近肘形弯管的内侧。图 2(a)和图 2(b)分别为测压点 P11 和 P21 在肘形进水流道上的具体位置,其余测压点的具体位置相对 P11 和 P21 而言,限于篇幅此处不再赘述。

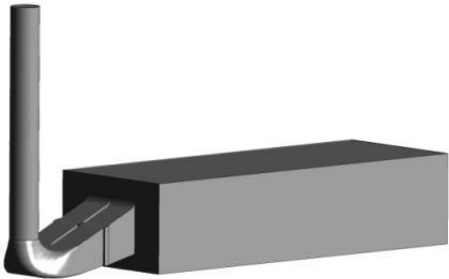
2 结果与分析

2.1 湍流模型的选取与验证

图 3 为流量 $Q=0.221\text{ m}^3/\text{s}$ 时进水流道近底面



(a) 测压点P11的具体位置



(b) 测压点P21的具体位置

图 2 测压点布置方案

表 1 测压点 P1 的拟选坐标

Point 1	x(m)	y(m)	z(m)
P11	0.739	-0.100	-0.374
P12	0.839	-0.100	-0.369
P13	0.977	0.045	-0.313
P14	1.032	0.036	-0.284

表 2 测压点 P2 的拟选坐标

Point2	x(m)	y(m)	z(m)
P21	1.353	0.150	-0.055
P22	0.839	0.150	-0.065
P23	0.977	0.150	-0.075
P24	1.032	0.150	-0.084

(y = 0.05 m) 处的平面速度矢量分布,数值计算中采用的湍流模型分别为 RNG $k-\varepsilon$ (a)、Standard $k-\varepsilon$ (b) 和 Realizable $k-\varepsilon$ (c)。从图中可以看出,不同的湍流模型计算出的速度矢量分布十分相似,3 种湍流模型计算出的速度矢量分布在进水流道的进口处均存在壁面涡,但边壁涡的大小有所不同,采用 Standard $k-\varepsilon$ 湍流模型数值计算出边壁涡的范围要小于湍流模型 RNG $k-\varepsilon$ 和 Realizable $k-\varepsilon$ 。图 4 为流量 $Q = 0.221 \text{ m}^3/\text{s}$ 时进水流道近底面(y =

0.05m) 处的压力分布云图,数值计算中采用的湍流模型分别为 RNG $k-\varepsilon$ (d)、Standard $k-\varepsilon$ (e) 和 Realizable $k-\varepsilon$ (graph f)。从图中可以看出,采用湍流模型 Realizable $k-\varepsilon$ 的压力分布云图更具有层次感,隔墩两边的压力分布相似,有效反应出闸门槽的对水流流动分布的影响。而采用湍流模型 RNG $k-\varepsilon$ 模拟出的压力分布云图沿隔墩两边严重不对称,Standard $k-\varepsilon$ 模拟的结果虽然对称,但是对边壁涡的捕捉能力较差。为了更准确地比较分析不同湍流模型对肘形进水流道的壁面压强的预测能力,本文对大型立式轴流泵肘形进水流道的水流流动进行了物理模型实验。图 5 为扬州大学流体动力工程实验室高精度水泵试验台,实验模型遵循压力相似准则,其流量分别为 $0.221 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.350 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.173 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.340 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.330 \text{ m}^3/\text{s}$,同时分别对模型实验的工况进行了数值模拟。图 6 为立式轴流泵肘形进水流道的模型实验和湍流模型为 Realizable $k-\varepsilon$, RNG $k-\varepsilon$, Standard $k-\varepsilon$ 的数值计算的水泵流量和进水流道压差的变化趋势。从图中可以看出,进水流道压差随着水泵流量的增大而增大,采用 Realizable $k-\varepsilon$ 湍流模型数值计算的结果与模型试验结果最为接近。综上所述,本文采用基于 Realizable $k-\varepsilon$ 湍流模型的 RANS 方法对肘形进水流道的水流流动进行数值模拟。

2.2 测压点位置选择的研究

两点压差式测流法研究的关键在于能否准确地确定水泵流量与进水流道压差之间的函数关系。本文所研究的两点压差式测流法,顾名思义即通过进水流道的 2 个测压点之间的压差对函数系数进行率定,其精确度主要取决于 2 个测压点处压强的采集精度,所以进水流道中 2 个测压点位置的选取十分重要。本文认为 2 个测压点位置的选取应该满足 3 个原则,按照优先级顺序分别表述如下:①充分考虑在泵站进水流道原型上预埋高精度测压传感器的可行性,避免辅助建筑物对压差测量系统的干扰,以确保两点压差式测流法在工程中的应用;②方便物理模型试验中高精度传感器的安装,以保证试验的可行性和数据采集的精确性;③随水泵流量的变化,2 个测压点处的压强变化必须保持稳定,且具有较明显的差值,以便于水泵流量与进水流道压差关系系数的有效率定。其中,原则①和原则②仅用于确定测压点可以选择的范围,而原则③用于确定既定范围内测压点的具体位置。当测压点的选择范围已经确定的条件下,肘形进水流道壁面上的压强分布规律对测压点具体位置的确定

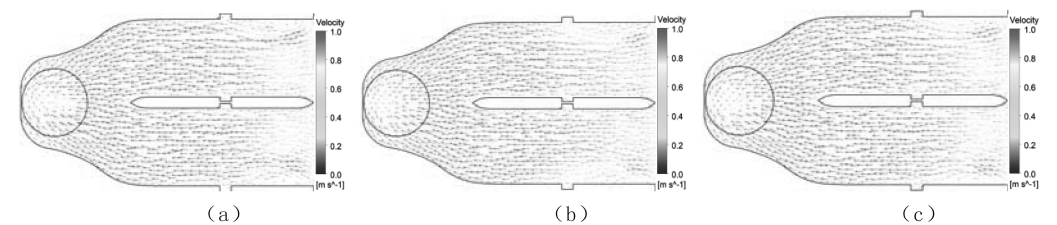


图 3 $y=0.05\text{ m}$ 速度矢量图

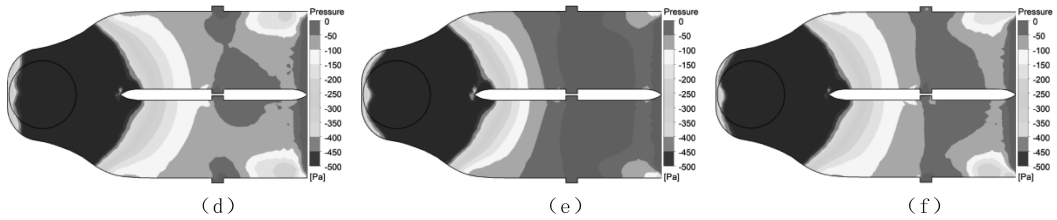


图 4 $y=0.05\text{ m}$ 压力分布云图



图 5 高精度水泵试验台

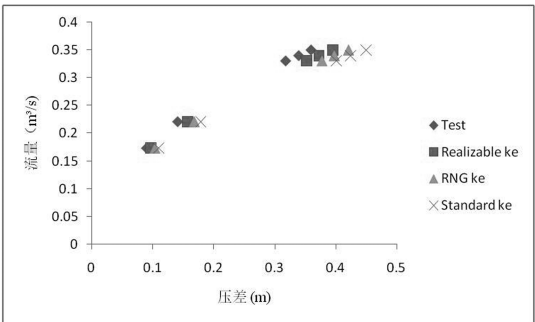


图 6 不同湍流模型的压差与流量分布

至关重要。

图 7 为进水流道中肘形弯管前 4 个测压点的压强变化趋势图。从图中可以看出,各个测压点的压强值随着流量的增大而减小,当测压点的位置靠近肘形弯管时,压强变化的幅度较剧烈,而测压点远离肘形弯管时,压强变化幅度较平缓。4 个测压点处的压强随着位置选取的不同而不同,当测压点的位置越靠近肘形弯管,其压强值越小($p_{P11} > p_{P12} > p_{P13} > p_{P14}$)。图 8 为肘形弯管后 4 个测压点的压强变化趋势,从图中可以看出,测压点的压强也随着流量的增大而减小。等高程肘形弯管截面上,测压点越靠近肘形弯管内侧,其压强值越小($p_{P21} > p_{P22} > p_{P23} > p_{P24}$)。综上所述,当肘形弯管前的测压点选择 P11 及肘形弯管后的测压点选择 P24,即可满足测压点的选择要求。

2.3 原型中水泵流量与进水流道压差关系研究

采用最小二乘法对模型试验中在不同流量条件下进水流道 2 个测压点之间的压差 Δh_{mi} 与水泵流量进行数据拟合,那么得到模型试验下水泵流量 Q 与进水流道压差 Δh_{mi} 的函数关系:

$$Q = 0.583 \sqrt{\Delta h_{mi}} \tag{3}$$

同样地,采用最小二乘法对模型数值计算中在

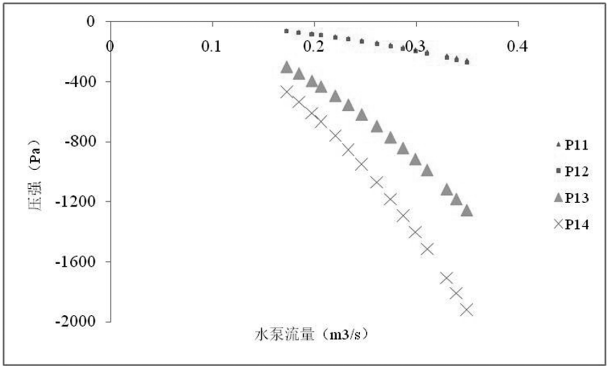


图 7 肘前 4 个测压点的压强变化趋势图

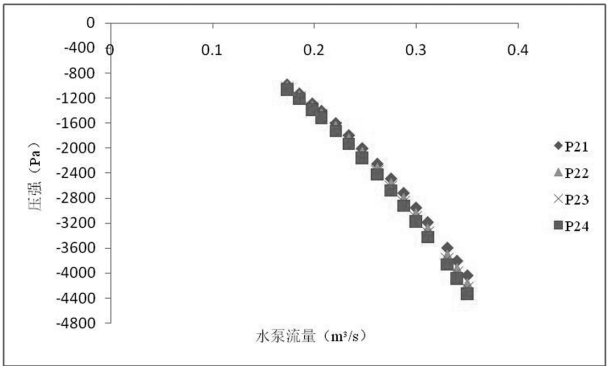


图 8 肘后 4 个测压点的压强变化趋势图

不同流量条件下进水流道 2 个测压点之间的压差 Δh_{mc} 与水泵流量进行数据拟合, 获得 CFD 方法预测的模型数值计算中水泵流量与进水流道压差 Δh_{mc} 的函数关系:

$$Q = 0.542 \sqrt{\Delta h_{mc}} \quad (4)$$

对比式(3)和式(4)表明, 采用 CFD 方法得出的模型试验中水泵流量与进水流道压差的函数系数与模型试验测得的流量与压差的函数系数十分接近但仍存在一定的误差。

为了对实际工程的水泵流量与进水流道压差的函数关系进行预测, 同样地采用 CFD 方法对原型立式轴流泵肘形进水流道的的水流流态进行数值模拟。在原型立式轴流泵肘形进水流道水流流场的数值计算中, 采用与模型进水流道数值计算中相同数值方法, 包括湍流模型、边界条件、离散格式和网格尺寸, 其中由于模型的网格尺寸应用到原型的网格划分中, 造成原型的网格量非常大(9000 多万网格量), 给普通的计算机或工作站带来了计算上的困难, 所以对原型的数值计算采用大并行的云计算方法(深圳云计算中心)。

通常情况下, 当式(3)和式(4)完全相同或十分接近的情况下, 直接对 CFD 的数值计算结果进行数据拟合, 得到原型水泵流量与进水流道压差的函数关系并将其应用到实际工程中。但式(3)和式(4)存在一定的误差, 所以本文将对数值计算得到的原型立式轴流泵肘形进水流道的压差进行修正。由于在泵站进水流道原、模型的物理测量方法和数值计算方法均相同, 所以本文认为模型数值模拟与模型试验结果之间的相对误差和原型数值模拟与原型现场测试结果之间的相对误差相等, 其表达式:

$$\frac{\Delta p_{mc} - \Delta p_{mt}}{\Delta p_{mt}} = \frac{\Delta p_{pc} - \Delta p_{pt}}{\Delta p_{pt}} \quad (5)$$

通过式(5)对数值计算得到的原型进水流道压差进行修正, 得到现场实测的进水流道压差 Δh_{pt} , 并采用最小二乘法进行曲线拟合, 获得原型水泵流量与进水流道压差的函数关系, 其函数表达式为:

$$Q = 57.927 \sqrt{\Delta h_{pt}} \quad (6)$$

接下来我们仅仅需要做的就是通过高精度压力传感器测得进水流道两个测压点之间的压差, 然后将其带入式(6)即可获得工程实测流量。

3 结论

本文在进水流道差压测流方法的基础上, 引入计算流体力学 CFD 方法, 提出新的压差定义来改进流量与压差对应关系的率定。依托数值模拟基

本理论, 建立大型立式轴流泵肘形进水流道水流流场数值模拟, 对水流流场的流动特性展开研究。本文的主要结论阐述如下:

(1) 采用基于 Standard $k-\varepsilon$ 模型、RNG $k-\varepsilon$ 模型和 Realizable $k-\varepsilon$ 模型的 RANS 方法对大型立式轴流泵肘形进水流道内水流流场进行三维数值模拟, 与试验数据进行对比分析, 研究了不同湍流模型在肘形进水流道的数值计算中对壁面压强的预测能力, 结果表明基于 Realizable $k-\varepsilon$ 湍流模型的 RANS 方法的数值模拟结果与模型实验结果最接近。

(2) 肘形进水流道的壁面压强沿水流方向越来越小, 等高程过流截面的壁面压强随着测压点位置越靠近肘形弯管内侧越小。在进水流道肘形弯管前, 测压点的位置靠近弯管时, 压强变化的幅度较剧烈, 而测压点远离弯管时, 压强变化幅度较缓和, 研究表明当测压点的选择范围既定的条件下, 肘前的测压点的位置应远离弯管, 而肘后的测压点应更接近弯管的内测。

(3) 在肘形流道模型中, 采用 CFD 方法得出的水泵流量与进水流道压差的函数系数, 其与模型试验测得的流量与压差的函数系数十分接近, 但仍存在一定的误差, 这是由于数值计算误差和试验误差共同造成的。

(4) 在肘形流道原型水流流场的数值计算中引入了大并行的云计算技术, 并且数值方法所采用的湍流模型、边界条件、离散格式和网格尺寸与模型进水流道数值模拟中相同, 基于上述条件可以认为模型数值模拟与模型试验结果之间的相对误差和原型数值模拟与原型现场测试结果之间的相对误差相等。

(5) 由于目前在工程中还没有精度可靠和测量便捷的直接测量流量的方法, 所以本研究提出了一种可以应用与工程实际的间接测量流量的方法即两点压差式测流法, 通过将进水流道压差带入水泵流量与进水流道压差之间的函数关系即可获得现场实测流量。但是本研究还未对预测结果进行比测, 这将作为今后重要的研究工作。

参考文献:

- [1] 冯卫民, 于永海. 水泵及水泵站(第五版)[M]. 北京: 水利水电出版社, 2016.
- [2] 仇宝云, 冯晓莉, 朱庆元, 等. 大型泵站能量特性现场测试研究[J]. 排灌机械工程学报, 2011, 29(04): 322-327.
- [3] 严登丰. 推荐采用绕流管法测定泵站流量[J]. 南水北调与水利科技, 2011, 9(02): 140-142.

(上接第 28 页)

- [4] 郑源, 赵宗引, 须伦根. 低扬程大流量泵站单机流量测量[J]. 南水北调与水利科技, 2006(05):14-16+19.
- [5] 周济人, 杨华, 成立, 等. 超声波流量计测试大型低扬程泵站流量的模型试验[J]. 排灌机械, 2009, 27(01):51-54.
- [6] 李建威. 水力机械测试技术[M]. 北京:机械工业出版社, 1981.
- [7] Kan K, Zheng Y, Chen Y, et al. Numerical study on the internal flow characteristics of an axial-flow pump under stall conditions[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(10):4683-4695.
- [8] Zhou D, Chen H, Zhang L. Investigation of pumped storage hydropower power-off transient process using 3D numerical simulation based on SP-VOF hybrid model[J]. Energies, 2018, 11(4):1020.
- [9] Launder B E, Spalding D B. Lectures in mathematical models of turbulence[J]. London:AP, 1972.
- [10] Smith L M, Woodruff S L. Renormalization-group analysis of turbulence[J]. Annual review of fluid mechanics, 1998, 30(1):275-310.
- [11] Shih T H, Liou W W, Shabbir A, et al. A new $k-\varepsilon$ eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows[J]. Computers & Fluids, 1995, 24(3):227-238.
- [12] 王福军. 计算流体动力学分析:CFD 软件原理与应用[M]. 北京:清华大学出版社有限公司, 2004.