

基于博弈论原理的PP-AHP权重优化模型 在河流健康评价中的应用

缪成晨¹, 王忠凯², 盖永伟³

(1. 扬州市水利发展中心, 江苏 扬州 225000; 2. 扬州市水利局, 江苏 扬州 225000;
3. 江苏省水资源服务中心, 江苏 南京 210000)

摘要:为了解决传统层次分析法在指标权重赋值中主观意识影响过大导致河流健康评价结果具有较强主观随意性的问题,本文利用客观性较强的投影寻踪法来改进层次分析法,综合考虑主客观影响,通过博弈论原理对指标权重进行优化,并运用优化模型权重对扬州市城区三条城市河流进行了丰枯期健康评价。结果表明:优化后的权重能综合主、客观权重的特点,使评价结果更加合理;在进行权重优化的过程中,得到最优加权系数分别为0.5435、0.4565。为了简化权重处理步骤,同时选取0.5、0.5作为加权系数进行等权处理,该处理对评价结果影响较小,可为今后河流健康评价中的主客观权重耦合提供一定的参考。

关键词:河流健康评价; 评价方法; 投影寻踪法; 层次分析法; 权重优化

中图分类号:X826;TV21 文献标识码:A 文章编号:1007-7839(2024)04-0025-0006

Application of PP-AHP weight optimization model on river health evaluation based on game theory principle

MIAO Chengchen¹, WANG Zhongkai², GAI Yongwei³

(1. Yangzhou Water Development Centre, Yangzhou 225000, China;

2. Yangzhou Water Conservancy Bureau, Yangzhou 225000, China;

3. Water Resources Service Center of Jiangsu Province, Nanjing 210000, China)

Abstract: In order to solve the problem that subjective consciousness would significantly affects the index weight assignment of traditional analytic hierarchy process resulting in a subjective and arbitrary evaluation result. In this paper, the projection pursuit method with strong objectivity is used to improve the analytic hierarchy process, which can comprehensively consider the subjective and objective influence. The index weight is optimized based on the principle of game theory, and the health evaluation of three urban rivers in Yangzhou City in wet and dry seasons is carried out by the optimization model weight. The results show that the optimized weight can synthesize the characteristics of the subjective and objective weights, making the evaluation results more reasonable; In the process of weight optimization, the optimization coefficients are 0.5435 and 0.4565, respectively. In order to simplify the weight processing steps, 0.5 and 0.5 are selected as optimization coefficients for equal weight processing, which has little impact on the evaluation results, and can provide a certain reference for the coupling of subjective and objective weights in the evaluation of river health in the future.

Key words: river health evaluation; evaluation method; projection pursuit method; analytic hierarchy process; weight optimization

收稿日期: 2024-02-19

作者简介: 缪成晨(1989—),男,工程师,主要研究方向为水资源管理与节约保护。E-mail:944238950@qq.com

作为地球水循环不可或缺的一部分,河流在整个生态系统中扮演着极其重要的角色,它不仅维持着整个生命系统的正常运转,同时也是人类生存和发展的必要条件。“健康河流”的概念最早出现在1972年美国颁布的《水污染控制修正法》中^[1],经过多年的研究,虽然河流健康的内涵仍未统一,但基于河流健康维度的综合评价方法得到了长足的发展。近年来,随着生态理念的持续深入,河流健康评价越来越多进入管理者和研究者的视野,不少学者采用层次分析法、熵权法等进行河流健康评价研究^[2-5],其中层次分析法应用最多。层次分析法在评价过程中需要评价人根据专家意见对指标进行分层权重赋值处理,具有极强的主观性。为了减少层次分析法中主观意识的过大影响,本文以扬州市小秦淮河、宝带河、念四河为研究对象,应用博弈论原理通过耦合投影寻踪来优化层次分析法的指标权重,以期得到更加准确的健康评价结果。

1 模型概述

层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)是美国运筹学家Saaty提出的一种决策方法,通过将问题条理化分级,构建一个分层判断模型,将复杂的问题简单化^[6],是一种主观评价方法。由于不同评价人对于河流健康的理解、主观侧重点的差异,会导致相同指标在权重赋值上具有较大的差异,进而造成最终评价结果的不同。

投影寻踪法(projection pursuit, PP)是美国科学家Kruskal在对高维数据的分析统计中基于现代信息技术提出的数据降维处理方法,由于其客观性的优势而被广泛应用于遥感、气象、环境等多领域,且在相关领域多维评价中的适用性得到了较好的验证^[7]。相较于层次分析法,虽然其在指标权重赋值的过程中大大增加了客观性,但又缺少了人为的理解。

本文采用博弈论原理对AHP和PP进行耦合,既考虑专家在河流评价工作的理解与经验,又考虑数学公式计算下的客观性,以期得到一种更为合理的河流健康评价结果。博弈论的基本思想是在不同个体间寻找一致,最终使双方共同利益最大化。博弈论随着发展被应用于工程、环境等领域进行不同因素间的协调计算^[8]。

2 模型优化

河流健康评价模型构建的核心步骤一般分为

评价体系的建立、指标权重的确定两部分。本文对模型的优化本质是对指标权重赋值的优化,是基于博弈理论对AHP和PP权重进行耦合优化。

2.1 AHP权重确定

采取1~9比较标度法构造判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n \times n}$,计算各判断矩阵的特征值、特征向量,并进行一致性检验。

一致性检验:

$$\begin{cases} CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \\ CR = \frac{CI}{CR} \end{cases} \quad (1)$$

式中:CI为一致性指标; λ_{\max} 为判断矩阵A的最大特征值;n为矩阵阶数;CR为特征矩阵A的一致性比例,一般认为当 $CR < 0.1$ 时,矩阵通过一致性检验,否则则需要对判断矩阵进行修正以符合一致性检验要求。

通过一致性检验后,对数据进行归一化处理,确定各指标相对于准则层与各准则相对于目标层的权重。

2.2 PP权重确定

通过构造指标函数与优化投影指标函数确定指标权重。设投影方向向量为 $\alpha=\{\alpha(1), \alpha(2), \alpha(3), \dots, \alpha(n)\}$,样本i在该方向上的投影值 $z(i)$ 为

$$z(i) = \sum_{j=1}^p \alpha(j)x(i,j) \quad | \quad i = 1 \sim n \quad (2)$$

投影指标函数为

$$Q(\alpha) = S_z D_z \quad (3)$$

式中: S_z 为投影值 $z(i)$ 的标准差, D_z 为投影值的标准密度。

通过最佳投影方向最大限度反映数据特征,转化为函数运算中对目标函数的最大化求解,目标函数为

$$\max Q(\alpha) = S_z D_z \quad (4)$$

$$s.t. \sum_{j=1}^p \alpha_j^2 = 1 \quad (5)$$

根据式(5)可知,最佳投影向量元素的平方即为指标权重。

2.3 权重耦合优化

根据博弈论原理,综合考虑主客观影响以保证权重赋值的准确性,对AHP和PP权重进行组合赋权,步骤如下:

步骤1:构造权重向量集

设 $n(n=1, 2, \dots, n)$ 为评价指标数, V_1 和 V_2 分别为AHP方法和PP方法求得的指标权重集, V 为 V_1 和

V_2 线性组合表达的优化权重集:

$$V = L_1 V_1 + L_2 V_2 = \begin{bmatrix} L_1 v_{11} + L_2 v_{21} \\ L_2 v_{12} + L_2 v_{22} \\ \vdots \\ L_1 v_{1n} + L_2 v_{2n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: L_1 、 L_2 分别为 V_1 、 V_2 的线性组合系数, $L_1 > 0$ 、 $L_2 > 0$ 。

步骤2: 根据博弈论原理, 在两种权重中寻找一致或妥协, 以优化权重与基础权重的离差之和为判定标准, 当离差之和最小时, V 为最优优化权重 V^* , 构造目标函数如下:

$$F = \min(\|V - V_1\|_2 + \|V - V_2\|_2) \quad (7)$$

根据微分原理, F 的一阶导数条件为

$$\begin{cases} L_1 V_1 V_1^T + L_2 V_1 V_2^T = V_1 V_1^T \\ L_1 V_2 V_1^T + L_2 V_2 V_2^T = V_2 V_2^T \end{cases} \quad (8)$$

当利用上式进行计算时, 无法保证均为正值, 若其中有负值存在, 则与最初设定的优化权重集的假设相悖。因此, 本文通过借鉴已有文献[8]中的求解方法, 建立拉格朗日求解函数:

$$F(L, \lambda) = |L_1 V_1 V_1^T + L_2 V_1 V_2^T - V_1 V_1^T| + |L_2 V_2 V_1^T + L_2 V_2 V_2^T - V_2 V_2^T| + \frac{\lambda}{2} (L_1^2 - L_2^2 - 1) \quad (9)$$

则线性组合系数组合解为

$$\begin{cases} L_1 = \frac{V_1 V_1^T + V_2 V_1^T}{\sqrt{(V_1 V_1^T + V_2 V_1^T)^2 + (V_1 V_2^T + V_2 V_2^T)^2}} \\ L_2 = \frac{V_1 V_2^T + V_2 V_2^T}{\sqrt{(V_1 V_1^T + V_2 V_1^T)^2 + (V_1 V_2^T + V_2 V_2^T)^2}} \end{cases} \quad (10)$$

步骤3: 对线性组合系数进行归一化处理, 得到加权系数 L'_1 、 L'_2

$$\begin{cases} L'_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \\ L'_2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \end{cases} \quad (11)$$

则最优优化权重 V^* 为

$$V^* = L'_1 V_1 + L'_2 V_2 \quad (12)$$

3 模型应用及结果分析

3.1 研究区域概况

扬州市地处江苏省中部, 地跨长江、淮河两大流域, 境内河湖交错、水网纵横, 河流健康发展能够为扬州城市及其经济发展提供良好的支撑。小秦淮河、宝带河、念四河均为扬州城区内较为重要的市管河道, 承担着防洪除涝、景观娱乐的作用。本

文选取3条河流为代表, 利用改进后的PP-AHP权重优化模型进行河流健康的评价, 为今后扬州市城市河流评价及河道修复提供一定的参考。

3.2 河流健康评价体系

参照《河湖健康评估技术导则》《生态河湖状况评价规范》和已有文献在河湖健康评价指标方面的选择, 遵循科学性、实用性、可操作性原则, 选取4个准则层共13个指标, 其中, 指标划分为非常健康、健康、亚健康、不健康、病态5个标准; 考虑不同指标量纲及不同单指标分级规则对评价结果的影响, 对所有指标进行基于同一数字区间的分级, 建立适用于扬州市城市河流健康评价的指标体系见表1。

3.3 权重优化

按照本文第二节所述方法进行权重优化, 利用1~9标度法得到AHP法权重; 利用极差变化法对评价指标体系中的标准指标数组进行归一化处理后, 采用基于实数编码的加速遗传算法进行全局寻优, 确定初始种群规模为400, 加速次数为20, 变异概率为0.8, 交叉概率为0.8, 求得最佳投影向量 $\alpha = (0.2726 \ 0.2843 \ 0.2787 \ 0.2793 \ 0.2927 \ 0.2925 \ 0.2891 \ 0.2665 \ 0.2180 \ 0.2778 \ 0.2840 \ 0.3001 \ 0.2628)$, 得到PP法权重, 计算结果见表2。

按照2.2.3所述步骤进行权重优化, 构造权重向量集后, 进行目标函数的求解, 归一化后得到加权系数 $L'_1 = 0.5435$, $L'_2 = 0.4565$ 。

从 L'_1 、 L'_2 的具体取值可以看出, 加权系数差距较小, 两种权重对于优化权重的影响差距有限, 为了简化权重耦合步骤, 取 $L'_1 = L'_2 = 0.5$, 以期今后的主客观权重耦合提供更多可参考的依据。

分别利用最优加权系数和等权加权系数对权重进行处理, 得到最优权重处理和等权权重处理结果见表3。

3.4 河流健康评价

对综合评价结果采用与单指标同样的数字区间进行分级, 即(0, 20)、(20, 40)、(40, 60)、(60, 80)、(80, 100)分值分别对应为病态、不健康、亚健康、健康、非常健康5种河流健康状态。

以小秦淮河、宝带河、念泗河3条河流丰枯期为评价对象, 调查小组分别以2021年2月、9月作为丰枯季代表月进行了基础数据的测量与收集, 见表4。

根据健康评价体系对待评价河流基础数据进行赋分处理, 设某一基础数据取值为 H , 所在评价区间为 (a, b) , 统一处理后的赋分评价区间为 (a', b') , 则对数据 H 进行赋分取值为

表1 扬州市城市河流健康评价体系

目标层	准则层	指标层	编号	病态	不健康	亚健康	健康	非常健康
河流健康等级(A)	形态(B1)	河流纵向连通指数/(个/km)	C1	> 1	0.5~1	0.25~0.5	0.1~0.25	0~0.1
		岸坡植被覆盖度/%	C2	0~25	25~50	50~75	75~85	85~100
		排污口布局合理程度	C3	0~45	45~60	60~75	75~90	90~100
		河岸带人工干扰程度	C4	0~45	45~60	60~75	75~90	90~100
	水体(B2)	$\rho(\text{DO})/(\text{mg/L})$	C5	0~3	3~5	5~6	6~7.5	> 7.5
		$\rho(\text{NH}_3\text{-N})/(\text{mg/L})$	C6	> 2.0	1.5~2.0	1.0~1.5	0.15~1.0	0~0.15
		$\rho(\text{TP})/(\text{mg/L})$	C7	> 0.3	0.2~0.3	0.1~0.2	0.02~0.1	0~0.02
		$\rho(\text{COD}_{\text{Mn}})/(\text{mg/L})$	C8	> 10	6~10	4~6	2~4	0~2
		生态流量满足程度/(最小日均流量占多年平均流量百分比%)	C9	0~5	5~10	10~20	20~30	30~100
	生物(B3)	鱼类保有指数/%	C10	0~25	25~50	50~75	75~90	90~100
		浮游植物密度/(万个/L)	C11	> 1000	500~1 000	200~500	40~200	< 40
	社会服务(B4)	公众满意度/%	C12	0~40	40~60	60~90	90~98	98~100
		防洪指标/%	C13	0~70	70~85	85~90	90~95	95~100
	赋分			0~20	20~40	40~60	60~80	80~100

表2 AHP法与PP法权重赋值

AHP 权重						PP 权重			
目标层	准则层	准则层权重	指标层	权重 (相对 B)	权重 (相对 A)	准则层权重	指标层	权重 (相对 B)	权重 (相对 A)
河流健康 等级(A)	B1	0.3909	C1	0.2334	0.0912	0.3104	C1	0.2390	0.0742
			C2	0.4781	0.1870		C2	0.2600	0.0807
			C3	0.2191	0.0857		C3	0.2500	0.0776
			C4	0.0693	0.0271		C4	0.2510	0.0779
	B2	0.3013	C5	0.3646	0.1100	0.3729	C5	0.2296	0.0856
			C6	0.2244	0.0676		C6	0.2293	0.0855
			C7	0.2413	0.0728		C7	0.2239	0.0835
			C8	0.0713	0.0215		C8	0.1901	0.0709
			C9	0.0965	0.0292		C9	0.1271	0.0474
	B3	0.2530	C10	0.50	0.1265	0.1577	C10	0.4889	0.0771
			C11	0.50	0.1265		C11	0.5111	0.0806
	B4	0.0547	C12	0.75	0.0411	0.159	C12	0.5660	0.0900
			C13	0.25	0.0138		C13	0.4340	0.0690

$$H' = a' + \frac{20|a - H|}{|a - b|} \tag{13}$$

利用公式(13)对评价河流基础数据进行处理后,利用最优权重和等权权重处理结果分别对小秦淮河、宝带河、念泗河丰枯期进行评价,得到评价结果见表5~6。

3.5 结果分析

3.5.1 权重优化结果分析

(1)通过对表3、表4所得权重对比,可以发现,

各指标优化后的权重均介于优化前两种权重之间,这也验证了优化后的权重可以结合两种方法的特点,相比单纯的主客观方法,其既有主观理解的考虑,又有对客观数据分析的思量,可以使评价结果更加合理。

(2)从最优加权系数 L_1' 、 L_2' 的大小分析,相较于PP权重,优化后的权重更多考虑了AHP权重,即主观意识的影响略大于客观意识的影响;但从 L_1' 、 L_2' 的具体取值分析,最优加权系数差距较小,即主客

表3 AHP-PP法优化权重									
$L_1' = 0.5435, L_2' = 0.4565$						$L_1' = L_2' = 0.5$			
目标层	准则层	准则层权重	指标层	权重 (相对B)	权重 (相对A)	准则层权重	指标层	权重 (相对B)	权重 (相对A)
河流健康 等级(A)	B1	0.3542	C1	0.2355	0.0834	0.3508	C1	0.2357	0.0827
			C2	0.3910	0.1385		C2	0.3817	0.1339
			C3	0.2315	0.0820		C3	0.2329	0.0817
			C4	0.1420	0.0503		C4	0.1497	0.0525
	B2	0.334	C5	0.2961	0.0989	0.3370	C5	0.2902	0.0978
			C6	0.2270	0.0758		C6	0.2273	0.0766
			C7	0.2326	0.0777		C7	0.2317	0.0781
			C8	0.1320	0.0441		C8	0.1371	0.0462
			C9	0.1123	0.0375		C9	0.1137	0.0383
	B3	0.2094	C10	0.4962	0.1039	0.2053	C10	0.4959	0.1018
			C11	0.5038	0.1055		C11	0.5041	0.1035
	B4	0.1024	C12	0.6191	0.0634	0.1069	C12	0.6127	0.0655
			C13	0.3809	0.0390		C13	0.3873	0.0414

表4 河流基础数据														
河流	状态	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
小秦淮河	枯	0.18	75	90	92	7.2	0.65	0.466	3.4	100	87	239.40	81	100
	丰	0.18	92	90	92	5.3	0.38	0.156	3.8	100	87	4.73	85	100
宝带河	枯	0.20	70	90	88	2.5	1.50	0.386	7.3	100	89	263.00	76	100
	丰	0.20	92	90	88	5.1	0.17	0.115	4.0	100	89	80.25	80	100
念泗河	枯	0.33	66	87	89	5.9	9.50	0.845	10.6	100	78	372.00	77	100
	丰	0.33	87	87	89	4.8	0.74	0.163	3.9	100	78	102.00	78	100

表5 最优权重处理方式下的河流健康评价结果											
河流	状态	总评分	河流健康 等级	形态评分	健康等级	水体评分	健康等级	生物评分	健康等级	社会服务 评分	健康等级
小秦淮河	枯水期	69.65	健康	69.64	健康	60.89	健康	83.31	非常健康	71.52	健康
	丰水期	74.41	健康	82.12	非常健康	60.72	健康	84.52	非常健康	73.17	健康
宝带河	枯水期	56.21	亚健康	67.44	健康	33.74	不健康	67.15	健康	69.46	健康
	丰水期	74.79	健康	80.54	非常健康	62.70	健康	86.83	非常健康	71.11	健康
念四河	枯水期	52.95	亚健康	64.38	健康	30.16	不健康	62.25	健康	69.87	健康
	丰水期	68.83	健康	76.88	健康	56.57	不健康	74.73	健康	70.28	健康

观意识对权重处理的影响程度基本相当。

(3)通过对表4与表6、表7分析,可以知道,当分别利用最优权重系数和等权权重系数进行权重优化处理时,得到的指标权重仅有极小的差距,评价结果极为相似,即当利用该评价体系对河流进行健康评价时,可以通过等权处理的方式简化主客观

权重耦合步骤。

3.5.2 河流健康状况分析

从河流综合健康状况分析,3条河流在枯水期的健康状况都逊于丰水期,仅小秦淮河在丰枯期都表现为健康状态,宝带河、念四河仅在丰水期表现为健康状态,在枯水期则表现为亚健康状态。

表6 等权重处理方式下的河流健康评价结果

河流	状态	总评分	河流健康等级	形态评分	健康等级	水体评分	健康等级	生物评分	健康等级	社会服务评分	健康等级
小秦淮河	枯水期	69.68	健康	69.45	健康	60.93	健康	83.31	非常健康	71.81	健康
	丰水期	74.37	健康	81.65	非常健康	60.90	健康	84.53	非常健康	73.45	健康
宝带河	枯水期	56.29	亚健康	67.30	健康	33.95	不健康	67.14	健康	69.77	健康
	丰水期	74.72	健康	80.02	非常健康	62.87	健康	86.84	非常健康	71.41	健康
念四河	枯水期	52.96	亚健康	64.26	健康	30.09	不健康	62.25	健康	70.18	健康
	丰水期	68.84	健康	76.45	健康	56.77	不健康	74.73	健康	70.59	健康

从河流不同准则层健康状况分析,可以发现:

(1)从形态层分析,3条河流在枯水期的表现普遍逊于丰水期,对指标进行进一步分析可以发现,这是由于形态层中 C_2 指标即岸坡植被覆盖度在丰枯季差距较大导致的,符合植物自然生长规律。

(2)从水体层分析,3条河流的表现均不佳,宝带河、念四河都表现出不同程度的不健康状况,小秦淮河以及宝带河丰水期虽然评价等级达到了健康,但其具体评分临近健康不健康临界值,维持健康状态仍具有一定的挑战。

(3)从生物层分析,3条河流均达到了健康及以上等级,丰枯表现水平差异与水体层相似,小秦淮河丰枯期评分接近,宝带河和念四河在丰枯期表现出一定的差距,考虑为水体层影响辐射。

(4)从社会服务层分析,3条河流均达到了健康等级,且丰枯期表现稳定。

据河流健康状况的分析发现,3条河流均应在水体层进行提升,着重提高水体水质:①针对小秦淮河,其水体已达健康标准,但为防患于未然,建议从管理层入手,严禁河岸居民倾倒垃圾、污水,加强河道管护力度,维持现有水质不变;②建议对宝带河、念四河加强排污口排查,封堵污水排口,在此基础上,考虑通过投放浮游动物、底栖植物、鱼类等提升水体水质。

4 结 论

为了解决传统层次分析法在指标权重赋值中主观意识影响过大,导致河流健康评价结果具有较强主观随意性的问题,本文通过博弈论原理耦合投影寻踪法与层次分析法建立权重优化模型,用于小秦淮河、宝带河、念四河丰枯期河流健康评价,得到以下结论:

(1)相比单纯的主客观方法,优化权重既考虑

了专家在河流评价工作的理解与经验,又考虑了数学公式计算下的客观性,可以使评价结果更加合理;

(2)在进行权重优化的过程中,得到最优权重系数分别为0.5435、0.4565。为了简化权重处理步骤,同时选取0.5、0.5作为权重优化系数进行等权处理,该处理对评价结果影响较小,可为今后河流健康评价中的主客观权重耦合提供一定的参考。

(3)针对小秦淮河、宝带河、念四河,其在枯水期的健康状况均逊于丰水期,小秦淮河全年表现为健康状态,宝带河、念四河仅在丰水期表现为健康状态,在枯水期则表现为亚健康状态,在今后的河流整治修复过程中,建议严控污水入河,辅以投放浮游动物、底栖植物、鱼类等绿色河流生态修复方式,着重提高水体水质。

参考文献:

- [1] 陈歆,靳甜甜,苏辉东,等.拉萨河河流健康评价指标体系构建及应用[J].生态学报,2019,39(3):46-56.
- [2] 鲍艳磊,田冰,张瑜,等.雄安新区河流健康评价[J].生态学报,2021,41(15):5988-5997.
- [3] 胡威,李卫明,王丽,等.基于GA-BP优化模型的中小河流健康评价研究[J].生态学报,2021,41(5):1786-1797.
- [4] 周振民,樊敏.基于PSR-改进模糊集对分析模型的河流健康评价[J].中国农村水利水电,2018(12):77-86.
- [5] 杜现增,袁榆梁,孟钰,等.基于复合模糊物元-熵权组合模型的淮河干流健康综合评价[J].水资源保护,2021,37(3):145-151.
- [6] 邓雪,李家铭,曾浩健,等.层次分析法权重计算方法分析及其应用研究[J].数学的实践与认识,2012,24(7):93-100.
- [7] 白雁翎,崔晨风,童山琳.基于改进萤火虫算法的投影寻踪太湖水质综合评价[J].节水灌溉,2017(5):72-79.
- [8] 许安拓.博弈论原理及其发展[J].人民论坛,2012,32(20):6-8.